

## Розв'язок систем лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР)

Для виконання даної лабораторної роботи потрібно користуватись наступними математичними функціями MS Excel (в дужках назви функцій на англійській мові)

- МОБР (MINVERSE);
- МУМНОЖ (MMULT);
- МОПРЕД (MDETERM).

### А. Розв'язання СЛАР методом оберненої матриці.

Для виконання завдання потрібно вписати матрицю **A** та вектор вільних членів **B**.

Для розрахунку використовувати математичну функцію МОБР.

Для того, щоб коректно отримати розрахунок оберненої матриці важливо виділяти весь діапазон (потрібну кількість комірок в залежності від формату розрахункової матриці) для отримання результату. А також при виведенні значень користуватись комбінацією клавіш **ctrl+shift+enter**:

The screenshot shows an Excel spreadsheet with the following content:

- Formulas: 
$$\begin{cases} -3x + 2y - 4z = 15 \\ 4x - 5y + 3z = -27 \\ 5x + 3y - 4z = 28 \end{cases}$$
- Matrix A (range B11:D13):

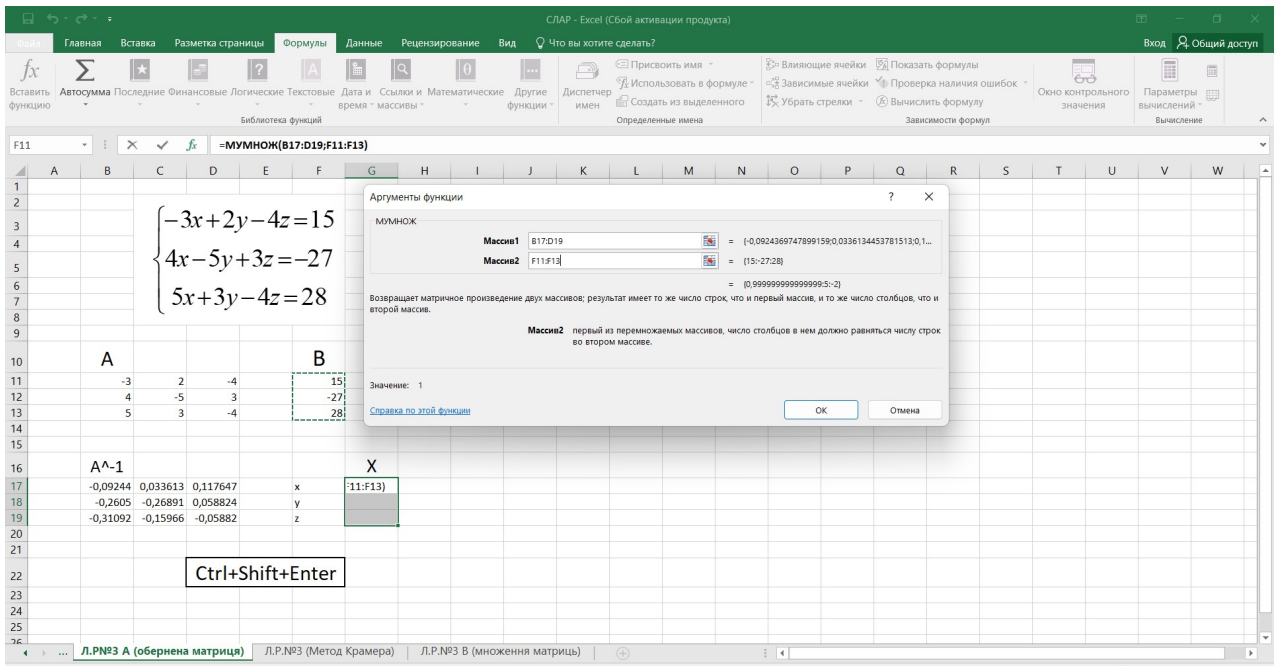
-3	2	-4
4	-5	3
5	3	-4
- Vector B (range E11:F13):

15
-27
28
- Matrix A inverse (range G11:H13):

x
y
z
- Formula bar: **=МОБР(B11:D13)**
- Function Arguments dialog box for MOBR:
  - Массив: B11:D13
  - Значение: -0.092436975
- Bottom status bar: **Ctrl+Shift+Enter**

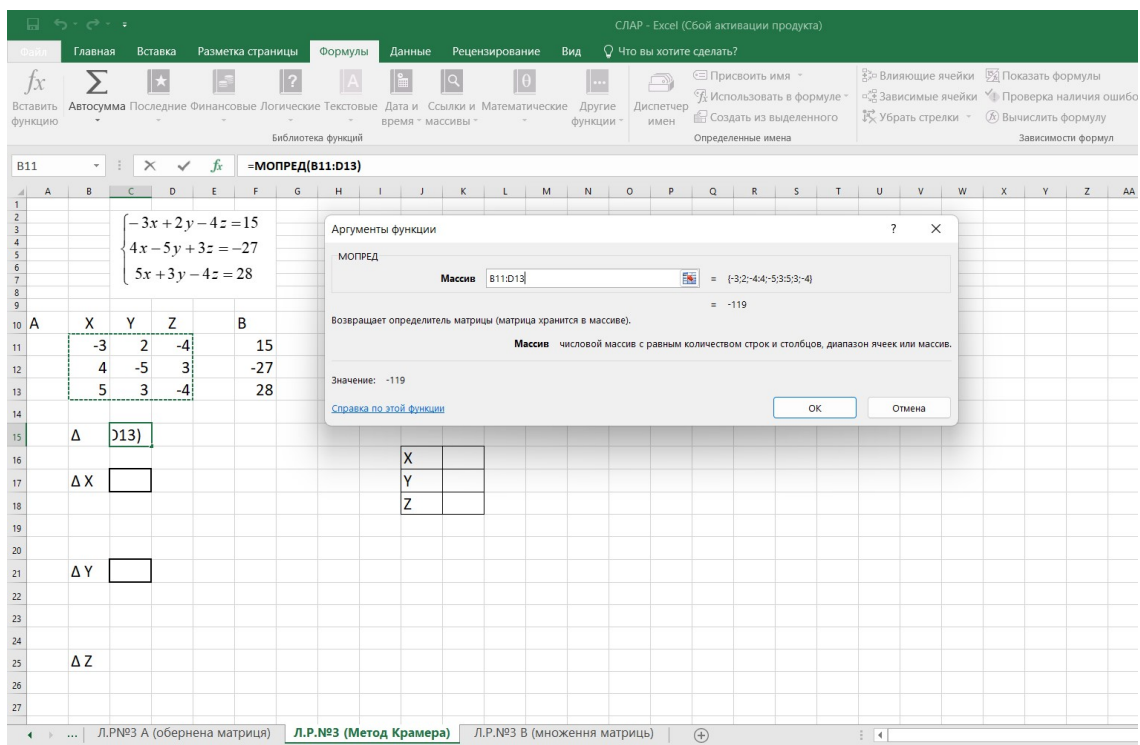
*ctrl+shift+enter* – така комбінація клавіш використовується завжди, коли результатом розрахунку є не один осередок (клітинка), а виділений діапазон.

Щоб знайти невідомі  $x$ ,  $y$ ,  $z$  отриману обернену матрицю множимо на вектор **B**.

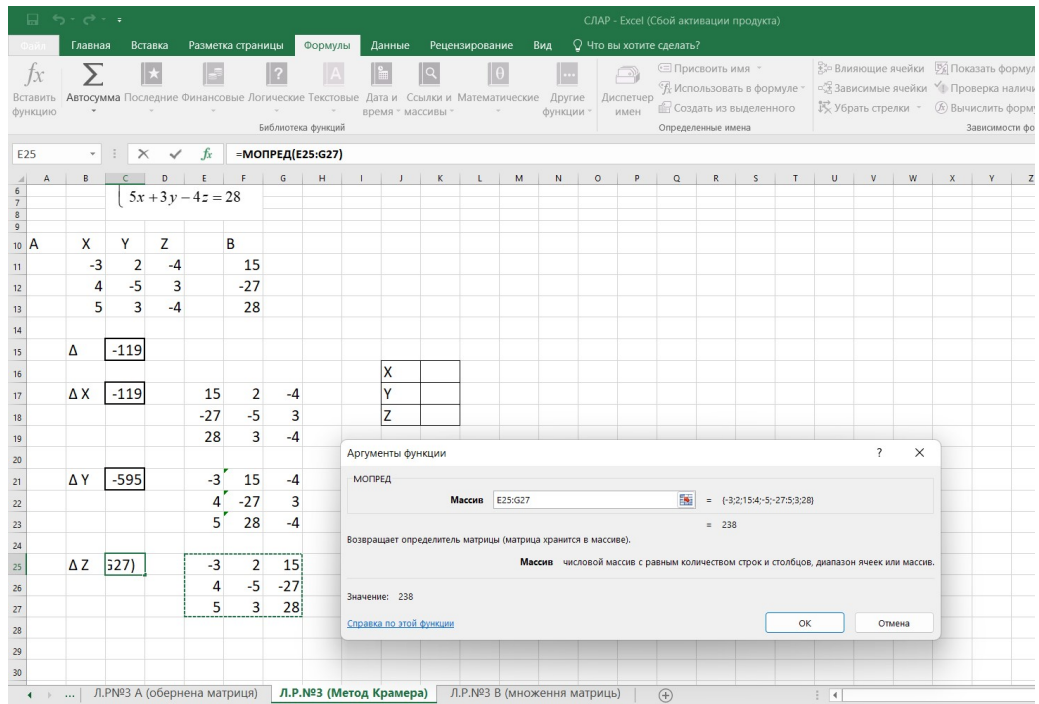


## Б. Розв'язання СЛАР методом Крамера.

Для знаходження невідомих  $x$ ,  $y$ ,  $z$  необхідно спочатку знайти визначник матриці **A** ( $\Delta$ ). Зробити це потрібно за допомогою математичної функції **МОПРЕД**:



Далі необхідно розрахувати  $\Delta X$ ,  $\Delta Y$ ,  $\Delta Z$ . Розраховується також за допомогою функції **МОПРЕД**. Тільки для розрахунку потрібно замінювати стовпець  $x$ ,  $y$ ,  $z$  на вектор вільних членів **B** відповідно до розрахункового показника дельти.



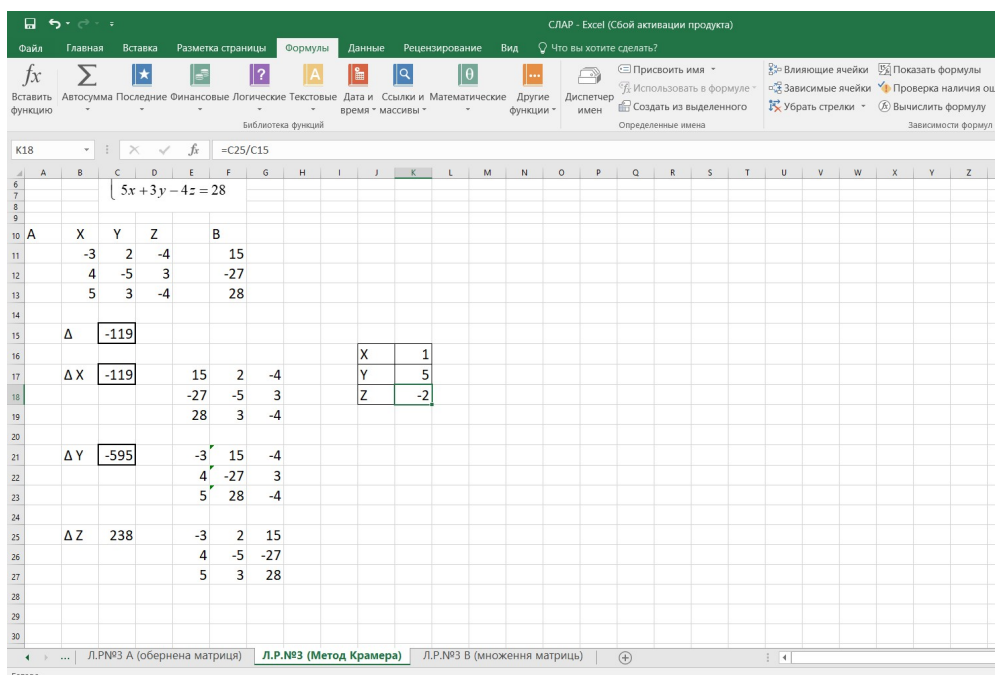
**ВАЖЛИВО!** При формуванні розрахункових матриць необхідно робити **посилання** на вхідну матрицю **A** та вектор **B** (посилання робиться через знак = і клік на потрібну клітинку)

Тобто, при зміні будь якого значення в вихідній (початковій) матриці **A** та вектора **B** всі розрахунки повинні автоматично перераховуватись. Якщо дана умова не буде виконана, то робота не буде зарахована або буде оцінена мінімальним балом.

Для знаходження невідомого **X** використовуємо наступну формулу:

$$X = \frac{\Delta X}{\Delta}$$

Невідомі **Y** і **Z** розраховуються аналогічним чином.



## В. Множення матриць

Щоб отримати результат, потрібно виділити діапазон розміром, відповідним до розміру матриць, що будуть множитись та скористатись функцією МУМНОЖ:

The screenshot shows an Excel spreadsheet with the following data:

0	2	-1	70	34	-107	27	-18	10
-2	-1	2	52	26	-68	-46	31	-17
3	-2	-1	101	50	-140	3	2	1

The formula bar shows: `=МУМНОЖ(C11:E13;G11:I13)`

The dialog box 'Аргументы функции' displays the following information:

- Массив1: C11:E13 = {0;2;-1;-2;-1;2;3;-2;-1}
- Массив2: G11:I13 = {70;34;-107;-46;31;-17;3;2;1}
- Возвращает матричное произведение двух массивов; результат имеет то же число строк, что и первый массив, и то же число столбцов, что и второй массив.
- Массив2: первый из перемножаемых массивов, число столбцов в нем должно равняться числу строк во втором массиве.
- Значение: 3

The screenshot shows an Excel spreadsheet with the following data:

0	2	-1	70	34	-107	27	-18	10
-2	-1	2	52	26	-68	-46	31	-17
3	-2	-1	101	50	-140	3	2	1

The formula bar shows: `=МУМНОЖ(C16:E18;K11:M13)`

The dialog box 'Аргументы функции' displays the following information:

- Массив1: C16:E18 = {3;2;4;10;6;2;5;0;-45}
- Массив2: K11:M13 = {27;-18;10;-46;31;-17;3;2;1}
- Возвращает матричное произведение двух массивов; результат имеет то же число строк, что и первый массив, и то же число столбцов, что и второй массив.
- Массив2: первый из перемножаемых массивов, число столбцов в нем должно равняться числу строк во втором массиве.
- Значение: 1

## Завдання

Розв'язати систему алгебраїчних рівнянь:

А. Методом оберненої матриці.

Б. Методом Крамера

Варіанти завдань:

$$1. \begin{cases} -3x + 2y - 4z = 15 \\ 4x - 5y + 3z = -27 \\ 5x + 3y - 4z = 28 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} 4x - y + 2z = 18 \\ 2x - 3y + 3z = 8 \\ -4x - y - 5z = -28 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} 3x + 2y + 4z = -9 \\ 2x - 2y + 5z = 2 \\ 4x - y + 4z = -11 \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} 4x + 4y + z = -27 \\ -5x + 5y + 4z = -1 \\ 2x - y - 3z = -5 \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} 4x + y - 3z = -34 \\ -5x - 2y + 2z = 41 \\ 2x - 4y - 3z = 1 \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} 5x + 4y + 4z = -3 \\ -5x - 3y + 4z = -1 \\ 5x - 2y - 2z = -21 \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} 4x + 4y - 4z = 4 \\ -5x - y + 3z = 11 \\ -5x + 3y - 2z = 21 \end{cases}$$

$$8. \begin{cases} 2x - 5y - 5z = -1 \\ -5x - 3y + z = 26 \\ 5x - 2y - 2z = -13 \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} 3x + 3y + 3z = -27 \\ -2x - 5y + 5z = -2 \\ -2x + 2y + z = -17 \end{cases}$$

$$10. \begin{cases} 3x - 3y + 4z = 8 \\ 2x - 3y - 3z = 33 \\ 3x - 3y - 2z = 32 \end{cases}$$

$$11. \begin{cases} 4x - 2y - 3z = -13 \\ 2x + 5y + 3z = -32 \\ -4x - 2y - 5z = 25 \end{cases}$$

$$12. \begin{cases} 3x - y + 5z = -10 \\ 4x + 5y + 4z = -19 \\ 4x + 4y - 2z = 14 \end{cases}$$

$$13. \begin{cases} 3x - 4y - 3z = 21 \\ -5x + 5y - 2z = -44 \\ 3x - 2y + z = 23 \end{cases}$$

$$14. \begin{cases} 5x + 2y - 3z = -37 \\ -5x + 2y + z = 21 \\ 2x + 4y + z = -20 \end{cases}$$

$$15. \begin{cases} 3x - 2y + 4z = 31 \\ 4x + 2y - 2z = 10 \\ -3x - 5y + 2z = 1 \end{cases}$$

$$16. \begin{cases} -3x - y - 5z = 1 \\ -4x + 3y + 5z = 16 \\ 3x - 5y - 4z = -7 \end{cases}$$

$$17. \begin{cases} 5x - 3y - 2z = -2 \\ 2x + 5y - 2z = 29 \\ 5x + 5y + z = 41 \end{cases}$$

$$18. \begin{cases} -3x + 4y + z = 1 \\ -4x - y - 5z = 33 \\ 2x - 4y - 3z = 9 \end{cases}$$

$$19. \begin{cases} 3x - 2y + 3z = -15 \\ -3x - 3y - 4z = 5 \\ -4x - 4y - 3z = -5 \end{cases}$$

$$20. \begin{cases} -3x + y - 5z = 2 \\ 4x + 5y - 5z = 7 \\ 2x - 3y + 2z = 12 \end{cases}$$

$$21. \begin{cases} -5x - y - 4z = 44 \\ 2x + 3y - 4z = 13 \\ -2x + 5y + 2z = 5 \end{cases}$$

$$22. \begin{cases} 2x + 3y - 4z = -3 \\ 5x - 5y + 5z = 40 \\ 2x + y + 5z = 31 \end{cases}$$

$$23. \begin{cases} -3x - 5y + 3z = 31 \\ -5x + 2y + 2z = 3 \\ -3x + 3y + 5z = -11 \end{cases}$$

$$24. \begin{cases} -5x - 2y - 4z = -2 \\ -5x - 4y - 3z = 1 \\ 4x + 3y + 4z = -2 \end{cases}$$

$$25. \begin{cases} 3x - 5y + z = -17 \\ 2x - 5y + 3z = -6 \\ 3x - 4y - 2z = -25 \end{cases}$$

## 2. Обчислити добуток матриць.

$$1. \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$$

$$2. \begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & -5 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 5 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

$$3. \begin{pmatrix} 5 & 8 & -4 \\ 6 & 9 & -5 \\ 4 & 7 & -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 2 & 5 \\ 4 & -1 & 3 \\ 9 & 6 & 5 \end{pmatrix}$$

$$4. \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & -4 \\ 3 & -2 & 4 & -3 \\ 5 & -3 & -2 & 1 \\ 3 & -3 & -1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 7 & 8 & 6 & 9 \\ 5 & 7 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$5. \begin{pmatrix} 5 & 7 & -3 & -4 \\ 7 & 6 & -4 & -5 \\ 6 & 4 & -3 & -2 \\ 8 & 5 & -6 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 3 & 5 & 7 \\ 2 & 4 & 6 & 8 \end{pmatrix}$$

$$6. \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 4 & -6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 9 & -6 \\ 6 & -4 \end{pmatrix}$$

$$7. \begin{pmatrix} 5 & 2 & -2 & -3 \\ 6 & 4 & -3 & 5 \\ 9 & 2 & -3 & 4 \\ 7 & 6 & -4 & 7 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 & 2 \\ -1 & -5 & 3 & 11 \\ 16 & 24 & 8 & -8 \\ 8 & 16 & 0 & -16 \end{pmatrix}$$

$$8. \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 7 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -28 & 93 \\ 38 & -126 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 7 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$9. \begin{pmatrix} 0 & 2 & -1 \\ -2 & -1 & 2 \\ 3 & -2 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 70 & 34 & -107 \\ 52 & 26 & -68 \\ 101 & 50 & -140 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 27 & -18 & 10 \\ -46 & 31 & -17 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$10. \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & -1 \\ -5 & -3 & -4 & 4 \\ 5 & 1 & 4 & -3 \\ -16 & -11 & -15 & 14 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 7 & -2 & 3 & 4 \\ 11 & 0 & 3 & 4 \\ 5 & 4 & 3 & 0 \\ 22 & 2 & 9 & 8 \end{pmatrix}$$

$$11. \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 4 & -6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 9 & -6 \\ 6 & -4 \end{pmatrix}$$

$$12. \begin{pmatrix} 0 & 2 & -1 \\ -2 & -1 & 2 \\ 3 & -2 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 70 & 34 & -107 \\ 52 & 26 & -68 \\ 101 & 50 & -140 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 27 & -18 & 10 \\ -46 & 31 & -17 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$13. \begin{pmatrix} 5 & 8 & -4 \\ 6 & 9 & -5 \\ 4 & 7 & -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 2 & 5 \\ 4 & -1 & 3 \\ 9 & 6 & 5 \end{pmatrix}$$

$$14. \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 7 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -28 & 93 \\ 38 & -126 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 7 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$15. \begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & -5 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 5 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

$$16. \begin{pmatrix} 0 & 2 & -1 \\ -2 & -1 & 2 \\ 3 & -2 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 27 & -18 & 10 \\ -46 & 31 & -17 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 70 & 34 & -107 \\ 52 & 26 & -68 \\ 101 & 50 & -140 \end{pmatrix}$$

$$17. \begin{pmatrix} 7 & 8 & 6 & 9 \\ 5 & 7 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & -4 \\ 3 & -2 & 4 & -3 \\ 5 & -3 & -2 & 1 \\ 3 & -3 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$18. \begin{pmatrix} 7 & -2 & 3 & 4 \\ 11 & 0 & 3 & 4 \\ 5 & 4 & 3 & 0 \\ 22 & 2 & 9 & 8 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & -1 \\ -5 & -3 & -4 & 4 \\ 5 & 1 & 4 & -3 \\ -16 & -11 & -15 & 14 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 7 & -2 & 3 & 4 \\ 11 & 0 & 3 & 4 \\ 5 & 4 & 3 & 0 \\ 22 & 2 & 9 & 8 \end{pmatrix}$$

$$19. \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 7 & 5 \end{pmatrix}$$

$$20. \begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & -5 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 5 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$



$$21. \begin{pmatrix} 2 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 5 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & -5 & 3 \end{pmatrix}$$

$$22. \begin{pmatrix} 3 & 2 & 5 \\ 4 & -1 & 3 \\ 9 & 6 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 & 8 & -4 \\ 6 & 9 & -5 \\ 4 & 7 & -3 \end{pmatrix}$$

$$23. \begin{pmatrix} 5 & 7 & -3 & -4 \\ 7 & 6 & -4 & -5 \\ 6 & 4 & -3 & -2 \\ 8 & 5 & -6 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 3 & 5 & 7 \\ 2 & 4 & 6 & 8 \end{pmatrix}$$

$$24. \begin{pmatrix} 70 & 34 & -107 \\ 52 & 26 & -68 \\ 101 & 50 & -140 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 27 & -18 & 10 \\ -46 & 31 & -17 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 2 & -1 \\ -2 & -1 & 2 \\ 3 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$25. \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 3 & 5 & 7 \\ 2 & 4 & 6 & 8 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 & 7 & -3 & -4 \\ 7 & 6 & -4 & -5 \\ 6 & 4 & -3 & -2 \\ 8 & 5 & -6 & -1 \end{pmatrix}.$$