Міністерство освіти і науки України,
Національна металургійна академія України,
Інститут чорної металургії ім. З.І. Некрасова
НАН України

МАТЕРІАЛИ
Всеукраїнської науково-технічної конференції

МЕХАНІКА МАШИН – ОСНОВНА СКЛАДОВА ПРИКЛАДНОЇ МЕХАНІКИ

присвяченої 110-річчю з дня народження

Кожевнікова Сергія Миколайовича

чл.-кор. АН України, проф., д.т.н.

11-13 квітня

Дніпро – 2017

УДК 621.01539.4.–62.27(02)

Засельский В.И.[1], д.т.н., проф.; Коноваленко В.В.[2], к.т.н., доцент; Зайцев Г.Л.[1], к.т.н., старший преподаватель; Засельский И.В.[1], к.т.н., старший преподаватель

1 - Криворожский металлургический институт НМетАУ
2 - Институт интегрированных форм обучения НМетАУ

О ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ ЖЕСТКОСТИ ВИНТОВЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ПРУЖИН ВИБРАЦИОННОЙ МАШИНЫ

Одним из условий обеспечения не связанных свободных колебаний вибрационной машины на упругих виброизолирующих элементах является равенство вертикальной и горизонтальной жесткостей упомянутых элементов [1]. В качестве упругих виброизолирующих элементов широко применяют винтовые цилиндрические пружины. Если формула определения вертикальной жесткости винтовой цилиндрической пружины (далее пружины) широко известна и четко определена [1–3] и др., то с определением горизонтальной жесткости вопрос не решен однозначно.

В [4] предложена зависимость для определения поперечной жесткости пружины, которая в случае круглого сечения витка принимает вид [1]

$$C_x = 6EI/\left[\pi D H_0^2 n(2+\mu)\eta\right] , \tag{1}$$

где E – модуль упругости; I – экваториальный момент инерции сечения витка; D – средний диаметр витка; H_0 – высота пружины в свободном состоянии; n – число рабочих витков; μ – коэффициент Пуассона; η определяют из

$$\eta = \frac{\left(1-0{,}625 f / H_0\right)^2}{1-1{,}4341 f_y H_0 / D^2 + 0{,}88(f / D)^2} + 0{,}331\left(D / H_0\right)^2, \tag{2}$$

где f_y – статический прогиб пружины.

Выполним численный анализ (1) для машины с массой, приходящейся на одну пружину, равной $m = 2500$ кг, при различных параметрах пружины. Результаты расчета сведем в табл. 1.

Таблица1

Параметр	Значение		
Номер позиции витка пружины по ГОСТ 13769-86	203	207	210
Диаметр проволоки d, мм	56	50	45
Средний диаметр витка, D, мм	504	350	235
Индекс пружины $k = D/d$	9	7	5,22
Вертикальная жесткость витка, C'_y, Н/мм	753,6	1430	3104
Число рабочих витков, n	2	4	8
Вертикальная жесткость пружины C_y, Н/мм	376,8	357,5	388
Статический прогиб пружины f_y, мм	39,05	41,16	37,92
Высота пружины в свободном состоянии H_0, мм	248	334	485
Угол наклона витка к горизонту при статической деформации $\alpha = arctg((H_0 - f_y - d)/(n \cdot \pi \cdot D))$, град.	2,765	3,16	3,89
η по (2)	2,2251	1,3669	1,7397
Горизонтальная жесткость пружины по (1) C_x, Н/мм	610,2	250,6	45,6

Из таблицы 1 видно, что у пружин с практически равной вертикальной жесткостью – горизонтальная жесткость отличается более чем в десять раз.

В [2] предложены зависимости для пружин с витками круглого поперечного сечения, в соответствии с которыми жесткость изгиба определена как

$$A_0 = Ed^4 H / 32(2+\mu)Dn, \tag{3}$$

а при сдвиге

$$S_0 = Ed^4 H / 8D^3 n. \tag{4}$$

Применив к (3), (4) правило размерностей, получим показатель жесткости A_0 в Н·м^2, а S_0 – в Н, что противоречит установленным единицам измерения физических величин.

Вышеизложенное вызвало необходимость предложить зависимость для определения горизонтальной жесткости пружины без указанных недостатков.

Рассмотрим работу одного рабочего витка пружины вибрационной машины, нагруженного вертикальной и горизонтальной силами.

Вертикальная сила

$$F_\text{в} = mg + F_a. \tag{5}$$

Горизонтальная сила

$$F_\text{г} = F_a, \tag{6}$$

где F_a – активная возмущающая сила, действующая по периодическому закону.

В результате этого верхняя опорная плоскость пружины совершает колебания по вертикали $\pm Y$ и горизонтали $\pm X$ (рис. 1).

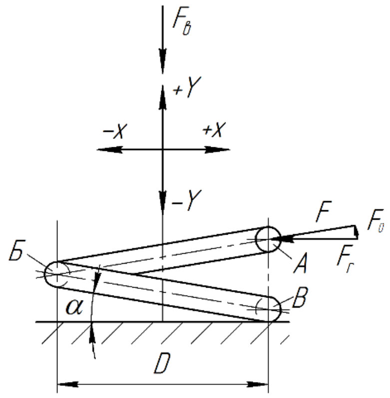


Рис. 1. Расчетная схема витка

По оси витка действует деформирующая сила

$$F = F_\text{г} \cos\alpha, \tag{7}$$

а перпендикулярно силе F в плоскости, проходящей через вертикальную ось витка и линию действия силы $F_\text{г}$, действует сила

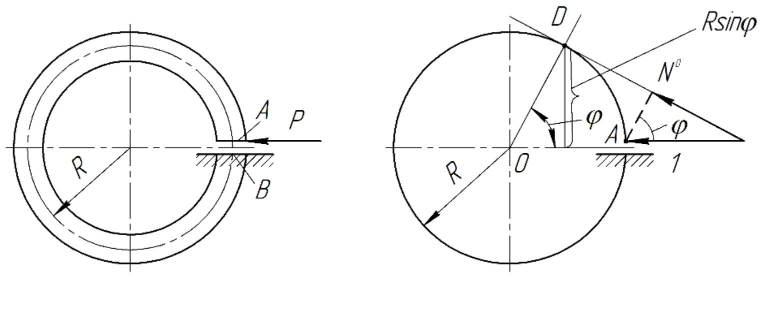
$$F_0 = F_\text{г} \sin\alpha, \tag{8}$$

где α – угол наклона витка к опорной плоскости при статической деформации под действием массы машины, приходящейся на одну пружину.

Сила F_0 стремится повернуть сечение *А* против часовой стрелки относительно сечения *Б* (в момент, изображенный на рис. 1), но такая возможность, учитывая условия закрепления опорных торцов и то, что $F_0 < mg$, исключена. Верхняя опорная плоскость все время параллельна нижней, поэтому в дальнейшем силу, которая перпендикулярна силе, действующей вдоль оси витка, не учитываем, так как она не влияет на горизонтальную деформацию пружины. Сила F стремится сместить сечение *А* в сторону сечения *Б*, а сечение *Б* – удалить от опорного сечения *В*.

Определим горизонтальное перемещение верхнего торца пружины f_x под действием постоянной горизонтальной силы $P_г$, которая формирует действующую по оси витка силу P, (силы P и $P_г$ связаны зависимостью аналогичной (7)).

Из опыта проектирования вибротехники угол α не превышает 4° (см. табл. 1), поэтому будем считать, что виток расположен в горизонтальной плоскости (α=0), как показано на рис. 2.



а) *б)*

Рис. 2. Виток пружины:
а **– в горизонтальной плоскости;** ***б*** **– расчетная схема**

Определим перемещение f торца *A* по отношению к неподвижному торцу *B* при расположении оси витка в горизонтальной плоскости под действием силы *P* (рис. 2) по алгоритму [5]

$$f = \int_s MM^0 dS / EI + \int_s NN^0 dS / EI\,, \tag{9}$$

где *M* – момент в текущем сечении витка (на рис. 2, *б* – сечение D) от силы *P*; *N* – нормальное усилие в текущем сечении витка от силы *P*; M^0 – момент в текущем сечении витка от единичной силы по линии действия силы *P*; N^0 – нормальное усилие в текущем сечении витка от единичной силы по линии действия силы *P*; F – площадь поперечного сечения витка; S – длина дуги *AD*.

Решая (9), получим

$$f = \pi P R^3 \left(1 + i^2 / R^2\right) / EI\,, \tag{10}$$

где i – радиус инерции сечения витка.

Учитывая (7) и то, что f – деформация витка вдоль его продольной горизонтальной оси, горизонтальное перемещение f_X опорного торца *A* при расположении оси витка под углом α к горизонтальной плоскости

$$f_X = f \cos\alpha\,, \tag{11}$$

жесткость витка в горизонтальной плоскости

$$C'_X = EI / \pi R(R^2 + i^2)\cos^2\alpha\,. \tag{12}$$

Применив полученный результат к винтовым цилиндрическим пружинам, изготовленных из стали круглого сечения, получим

$$C'_X = Ed / 2k\left(4k^2 + 1\right)\cos^2\alpha\,. \tag{13}$$

Учитывая то, что вертикальная жесткость витка круглого сечения (1), (2), (3)

$$C'_y = Gd^4 / 8D^3\,, \tag{14}$$

где G – модуль сдвига

$$G = E / 2(1 + \mu)\,, \tag{15}$$

получим

$$C'_X = 8C'_y(1 + \mu)k^2 / \left(4k^2 + 1\right)\cos^2\alpha\,. \tag{16}$$

Для того, чтобы горизонтальная и вертикальная жесткости были равны, необходимо выполнение условия

$$8(1+\mu)k^2/(4k^2+1)\cos^2\alpha = 1. \tag{17}$$

Выполнение этого условия возможно только при $k<1$, т.е. $D<d$ – пружин с таким соотношением не существует, и горизонтальная жесткость всегда больше вертикальной – для пружин, у которых торцы всегда параллельны, и выполняется соотношение

$$H_0/D \le 3, \tag{18}$$

где H_0 – высота ненагруженной пружины.

Условие (18) – условие устойчивости пружины от «выпучивания» [2].

Проверим возможность изготовления винтовой цилиндрической пружины с витками прямоугольного сечения высотой h и шириной a, при $h > a$.

Для прямоугольного сечения витка уравнение (12) примет вид

$$C'_x = 2Eh/\pi k_1(3k_1^2+1)\cos^2\alpha, \tag{19}$$

где k_1 – индекс витка пружины с прямоугольным сечением; $k_1 = D/a$.

Вертикальная жесткость витка прямоугольного сечения (2)

$$C'_y = Ga^4/\Delta D^3, \tag{20}$$

где Δ – коэффициент выбирается по таблице [2, 3] в зависимости от значения

$$\beta = h/a. \tag{21}$$

С учетом (15) уравнение (20) примет вид

$$C'_y = Ea/2(1+\mu)\Delta k_1^3. \tag{22}$$

Приравняв (19) и (22), получим

$$\beta\Delta = \pi(3k_1^2+1)\cos^2\alpha/4(1+\mu)k_1^2. \tag{23}$$

Для равенства горизонтальной и вертикальной жесткостей пружины необходимо выполнение условия (23). Минимальное значение левой части (23) по [2, 3] при β=10 составляет $\beta\Delta$ =2,52. Максимальное значение правой части (23) (при $\alpha=0$, $\mu=0$ и минимально рекомендуемом $k_1 = 4$) не превышает 2,405.

Следовательно, изготовление винтовой цилиндрической пружины с равными вертикальной и горизонтальной жесткостями невозможно. Это объясняется тем, что при вертикальной деформации витки пружины работают на кручение, срез, и величина деформации зависит от модуля *G*, а при горизонтальной деформации витки пружины работают на изгиб, и величина деформации зависит от модуля *E*.

Горизонтальные жесткости пружин $C_x = C'_x/n$ по (13) для параметров, приведенных в таблице 1, составляют для номера витка:

– 203 C_x= 1007,5 Н/мм; – 207 C_x= 954,7 Н/мм; – 210 C_x= 1033,4 Н/мм.

Отношение горизонтальной жесткости к вертикальной для всех трех пружин с параметрами, приведенными в таблице 1, близко к отношению

$$C_x/C_y = 2(1+\mu). \tag{24}$$

Таким образом, проведенный анализ свидетельствует о том, что обеспечение равенства вертикальной и горизонтальной жесткостей опор вибромашины возможно за счет применения упругих элементов, работающих в вертикальной плоскости на сдвиг, или изготовления упругих элементов из материалов, для которых $E = G$.

Список литературы

1. *Вайсберг Л. А. Проектирование* и расчет вибрационных грохотов. – Москва: Недра, 1986. – 144 с.
2. *Пономарев С. Д. Расчет* упругих элементов машин и приборов / С. Д. Пономарев, Л. Е. Андреева. – Москва: Машиностроение, 1980. – 326 с.
3. *Курендаш Р. С. Конструирование* пружин. – Киев: Машгиз, 1958. – 109 с.
4. Вибрации в технике: Справочник. Вибрационные процессы и машины. Т. 4 / Под ред. Э. Э. Лавендела. – Москва: Машиностроение, 1981. – 509 с.
5. *Беляев Н. М. Сопротивление* материалов. – 14-е изд. – Москва: Наука, 1965. – 856 с.